

## Система заданий по математике

Раздел: Как объяснить и использовать формулы при работе с квадратным уравнением?

Тема: Квадратные уравнения

Класс: 9

Кол-во уроков: 20

### 0 этап. Могу ли я?

Комментарий для учителя:

0 и 1 этапы являются общими (единицами) для обоих «витков»

1 виток – 2, 3, 4 этапы – посвящен изучению неполных квадратных уравнений

2 виток – 2, 3, 4 этапы – посвящен изучению полных квадратных уравнений

**Задание № 1.** Прочитай задачу.

К дню Святого Валентина мальчики класса решили сделать девочкам сюрприз и нарисовали на листе бумаги площадью  $280 \text{ см}^2$  комикс размером  $12 \text{ см} \times 18 \text{ см}$ . На какое одинаковое расстояние от краев листа надо отступить, чтобы комикс был посередине? Всегда ли задача имеет решение?

Запиши план решения задачи.

.....  
.....  
.....  
.....

Комментарий для учителя: на данном уроке не предполагается решение первого задания. Главное - ученики понимают, что не могут решить задачу, так как у них недостаточно знаний по предложенной проблеме.

Реши задачу.



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

**Задание № 2.** Объединитесь в пары и обсудите решения.

Запиши, какие знания необходимы для решения задачи.

.....  
.....

Запиши вопросы, которые появились в ходе решения и обсуждения.

.....  
.....

Сформулируй и запиши цель дальнейшей работы.

.....  
.....

*Комментарий для учителя: после обсуждения решения в парах - обсуждение целым классом. Важно, чтобы в результате этой работы у учеников появились вопросы, были определены цели дальнейшей работы (исследования).*

### 1 этап. С чем имею дело?

**Задание № 1.** Вычисли длину стороны квадрата, если его площадь равна:

1)  $81 \text{ cm}^2$ ;

2)  $0,09 \text{ cm}^2$ ;

Создай математическую модель для решения данной задачи.

.....

Назови математическую модель, которую ты использовал для решения задачи.

.....

**Задание № 2.** Сгруппируй уравнения.

2.1. Запиши, по какому критерию ты выделил группы.

1)  $3x^2 - 12 = 0$

2)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

3)  $1,8x^2 = 0$

4)  $x^2 - 4 = 0$

5)  $x^2 + 9x = 0$

6)  $x^2 + 25 = 0$

7)  $2x^2 - 7x - 36 = 0$

8)  $5x^2 + 7x = 0$



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

Критерий:  Уравнения	Критерий:  Уравнения
Критерий:  Уравнения	Критерий:  Уравнения

*Комментарий для учителя: критерии для группировки каждый ученик формулирует самостоятельно, они могут отличаться. Необходимо обсудить все предложенные варианты и выбрать вместе с учениками те критерии, которые необходимы для дальнейшей работы.*

2.2. Объединитесь в пары и сравните классификации.

2.3. Запиши в общем виде уравнения каждой группы.

.....

.....

.....

.....

2.4. К какой группе уравнений относится уравнение, составленное в 1 задании? Обоснуй ответ.

.....

.....

*Комментарий для учителя: используются те критерии, которые были выбраны в предыдущем задании. Ученики уже знакомы с понятием и видом квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ . На основании описания критериев ученики формулирует свое определение квадратного уравнения.*



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

**Задание № 3.** Запиши в таблицу коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  данных квадратных уравнений:

	<b>Уравнение</b>	<b><math>a</math></b>	<b><math>b</math></b>	<b><math>c</math></b>
1	$x^2+7x+10=0$			
2	$x^2+6x+9=0$			
3	$1,8x^2=0$			
4	$x^2-4=0$			
5	$x^2+9x=0$			
6	$x^2+25=0$			
7	$2x^2-7x-36=0$			
8	$x^2+7x=0$			

Могут ли коэффициенты равняться 0?

$a = 0$  ?

$b = 0$  ?

$c = 0$  ?

**Задание № 4.** Заполни таблицу и преобразуй квадратные уравнения в виде  $P(x)=0$ , где  $P(x)$  – многочлен стандартного вида.

	<b>Уравнение</b>	<b><math>a</math></b>	<b><math>b</math></b>	<b><math>c</math></b>	<b><math>P(x)=0</math></b>
1	$x^2+144=5x$				
2	$2x-8=-x^2$				
3	$3x=-x^2+4$				
4	$-16x=-x^2-64$				

Запиши стандартный вид полного квадратного уравнения.

.....



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

**Задание № 5.**

5.1. Напиши определение полного квадратного уравнения.

.....  
.....

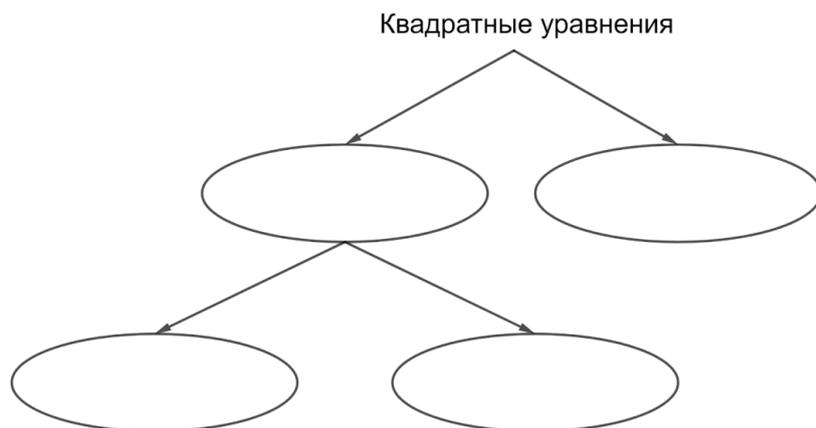
5.2. Заполни пропуски.

Уравнения вида ..... и ..... называются **неполными квадратными уравнениями**.

5.3.

Заполни

схему.



*Комментарий для учителя:* при заполнении схемы указывается и вид квадратного уравнения, и его математическая запись.

**1 часть**

**2 этап. Как сделать выбор?**

**Задание № 1.** Реши неполные квадратные уравнения.

1)  $3x^2 - 12 = 0$

2)  $1,8x^2 = 0$

3)  $x^2 = 25$

4)  $4x^2 = 36$

Напиши алгоритм решения.



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

.....  
.....  
.....

Сформулируй свои выводы о методе решения уравнения, используя указанную форму:

Если ....., то  $x_1 = \dots$ ,  $x_2 = \dots$

**Задание № 2.** Реши квадратные уравнения.

1)  $3x^2 - 12x = 0$

2)  $25x + 5x^2 = 0$

3)  $2x^2 = 16x$

4)  $x^2 + 9x = 0$

Напиши алгоритм решения.

.....  
.....  
.....

Сформулируй свои выводы о методе решения уравнения, используя указанную форму:

Если ....., то  $x_1 = \dots$ ,  $x_2 = \dots$

**Задание № 3.** Найди соответствующий ответ для уравнения (соедини).

$4x^2 = 0$

$x_{1,2} = \pm 3$

$x^2 + 3x = 0$

$x_{1,2} = 0$

$2x^2 - 18 = 0$

$x_1 = 0; x_2 = -3$

**3 этап. Верна ли гипотеза?**



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

**Задание № 1.** Реши уравнения.

1)  $3y^2=81$

2)  $-6p^2=42$

3)  $2m^2+50=0$

4)  $4m^2-16=0$

Удалось ли решить уравнения вида  $ax^2+b = 0$  созданным алгоритмом?

Сформулируй свои **выводы** о количестве решений уравнения вида  $ax^2=t$ , используя указанную форму:

Если  $t/a \geq 0$ , то уравнение .....

Если  $t/a < 0$ , то уравнение .....

*Комментарий для учителя: выводы ученик сначала формулирует самостоятельно, затем – обсуждение и проверка вместе с учителем.*

**Задание № 2.** Реши уравнения.

1)  $x(x - 9) = 0$

2)  $(2y - 30)y = 0$

3)  $3x(x + 4) = 0$

4)  $5a^2 - 4a = 0$

5)  $x^2 - 2x = 4x$

6)  $2x^2 + 16x = 5x$

Удалось ли решить уравнения вида  $ax^2+bx = 0$  созданным алгоритмом?

*Комментарий для учителя: учитель демонстрирует на доске правильный алгоритм, ученики проверяют алгоритм, составленный во втором этапе.*

**Задание № 3.** Сформулируй этапы решения уравнений вида  $ax^2+bx = 0$ .



.....  
.....  
.....

#### 4 этап. Нужен ли инструмент?

**Задание № 1.** Реши уравнения.

$$1) \frac{1}{2}x^2 = 2$$

$$2) -\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}$$

$$3) -\frac{1}{4}x^2 + 1 = 0$$

$$4) \frac{1}{7}x^2 - \frac{4}{7} = 0$$

$$5) \frac{9}{13} - \frac{1}{13}x^2 = 0$$

$$6) -\frac{4}{9}y^2 = 0$$

$$7) \frac{4}{9}y^2 = 1,69$$

$$8) 4x^2 - 9 = 0$$

$$9) 16x^2 = 9$$

$$10) -25x^2 + 9 = 0$$

$$11) -81 = -4y^2$$

$$12) 5x^2 - 500 = 0$$

$$13) -3x^2 + 12 = 0$$

$$14) 2y^2 = 18$$

$$15) 10x^2 = 0,1$$

**Задание № 2.** Реши уравнения.

$$1) x^2 = 12x$$

$$2) y^2 = 0,2y$$

$$3) -8x = -\frac{1}{4}x^2$$

$$4) x^2 + 4x = 0$$

$$5) 4,6x + x^2 = 0$$

$$6) y^2 + \frac{1}{3}y = 0$$



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

$$7) 3y^2 - 6y = 0$$

$$8) -2x^2 + 16x = 0$$

$$9) \frac{1}{2}x^2 + 5x = 0$$

**Задание № 3.** Найди корни уравнения.

1)  $3x^2 - 2x = 0$

2)  $125x + 5x^2 = 0$

3)  $2x^2 = 0$

4)  $x^2 + 6x = 0$

5)  $7x^2 = 63$

6)  $(x - 6)^2 = 36$

**Задание № 4.** Вычисли периметр квадрата, если его площадь равна:

1)  $121 \text{ cm}^2$ ;

2)  $0,64 \text{ m}^2$ ;

**Задание № 5.** Вычисли периметр равнобедренного прямоугольного треугольника, если длина гипотенузы равна 4 дм.

**Задание № 6.** Вычисли длину диагонали квадрата, если длина стороны квадрата 1 см.

## 2 часть

### 2 этап. Как сделать выбор?



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

**Задание № 1.** Проанализируй предложенные решения квадратных уравнений. Составь алгоритм решения квадратных уравнений.

1)  $5x^2 - 16x + 3 = 0$

$a = 5, b = -16, c = 3.$

$D = (-16)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 256 - 60 = 196$

$x_1 = \frac{16 + \sqrt{196}}{2 \cdot 5} = \frac{16 + 14}{10} = 3$

$x_2 = \frac{16 - \sqrt{196}}{2 \cdot 5} = \frac{16 - 14}{10} = 0,2$

Atbilde.  $x_1 = 3, x_2 = 0,2.$

2)  $y^2 + 4y - 5 = 0$

$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$

$y_1 = \frac{-4 + \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 + 6}{2} = 1$

$y_2 = \frac{-4 - \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 - 6}{2} = -5$

Atbilde.  $y_1 = 1, y_2 = -5.$

3)  $2x^2 - 4x + 1 = 0$

$a = 2, b = -4, c = 1.$

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 16 - 8 = 8$

$x_1 = \frac{4 + \sqrt{8}}{2 \cdot 2} = \frac{4 + \sqrt{4 \cdot 2}}{4} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{4} = \frac{1 \cdot 2(2 + \sqrt{2})}{4 \cdot 2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

$x_2 = \frac{4 - \sqrt{8}}{2 \cdot 2} = \frac{4 - \sqrt{4 \cdot 2}}{4} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{4} = \frac{1 \cdot 2(2 - \sqrt{2})}{4 \cdot 2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

Atbilde.  $x_1 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$

4)  $x^2 - 9x + 14 = 0$

$$a = 1, b = -9, c = 14$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = 25$$

$$x_1 = \frac{9 + 5}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{9 - 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

*Комментарий для учителя:* учитель не подтверждает правильность полученных учеником формул и не дает готовые. Учащиеся проверяют их правильность на 3 этапе самостоятельно.

Алгоритм решения квадратных уравнений:

1. ....
2. ....
3. ....
4. ....
5. ....

**Задание № 2.** Запиши формулу вычисления величины  $D$ :

**Задание № 3.** Запиши формулу вычисления корней квадратного уравнения.

$$x_1 =$$

$$x_2 =$$

*Комментарий для учителя:* гипотезы учеников остаются гипотезами, учитель не комментирует, верны ли они. Верность гипотез ученики проверяют на следующем этапе.



### 3 этап. Верна ли гипотеза?

**Задание № 1.** Реши уравнения, используя созданный алгоритм и формулы.

1)  $x^2 + 5x + 6 = 0$

2)  $2x^2 - 14x + 20 = 0$

3)  $8x^2 + 6x - 35 = 0$

4)  $6x^2 - 5x - 21 = 0$

Работает ли алгоритм?

Получилось ли вычислить  $D$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  по твоим формулам?

Сделай проверку подставив полученные корни в уравнения.

1)

2)

3)

4)

**Задание № 2.** Реши уравнения.

1)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

2)  $x^2 - 4 = 0$

3)  $x^2 + 9x = 0$

4)  $x^2 + 25 = 0$

5)  $2x^2 - 7x - 36 = 0$

6)  $5x^2 + 7x = 0$

Сформулируй свои **выводы** о решении квадратных уравнений.

Если  $D > 0$ , то уравнение .....

Если  $D < 0$ , то уравнение .....

Если  $D = 0$ , то уравнение .....



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

Запиши памятку “**Формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения**”.

	$D=$	
$x_1=$		$x_2=$

*Комментарий для учителя: обсуждение и проверка памятки вместе с учителем. Или как вариант проверки ученикам предлагается источник (учебник, презентация учителя), по которому они самостоятельно убеждаются в правильности.*

#### 4 этап. Нужен ли инструмент?

**Задание № 1.** Сколько решений имеет квадратное уравнение?

1)  $x^2 + x - 6 = 0$

2)  $x^2 + 25x + 100 = 0$

3)  $x^2 + 6 - 5x = 0$

4)  $3x^2 - x - 8 = 0$

5)  $x^2 + 144 = 25x$

6)  $2x - 8 = -x^2$

7)  $3x = -x^2 + 4.$

8)  $15z^2 - 85z = -16.$

**Задание № 2.** Найди корни квадратного уравнения.

1)  $8x^2 + 6x - 35 = 0$   
 $+ 9 = 0$

2)  $9x^2 - 9x - 28 = 0$

3)  $16x^2 + 24x$

4)  $3 + 12x^2 - 13x = 0$

5)  $10x - 8x^2 + 25 = 0$

6)  $6x^2 - 5x - 21 = 0$



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

$$7) 18x^2 + 15x + 2 = 0$$

$$8) 12x^2 - 11x - 15 = 0$$

$$9) 14 + 2x^2 - 11x = 0$$

**Задание № 3.** Реши квадратные уравнения.

$$1) 3x^2 - 4x + 15 = 7$$

$$2) 2 - 3x + \frac{1}{2}x^2 = 2$$

$$3) 4x^2 - 6x = 10$$

$$4) 4 = 8 - 2x^2 + 5x$$

$$5) -8 = -4x^2 + 6x - 2$$

$$6) -x^2 + 6x + 1 = 8$$

$$7) x^2 + 5x = 25$$

$$8) (x - 1)^2 = 9$$

$$9) x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$10) x^2 + 5x = 6$$

$$11) 4x^2 - 7x = 2$$

$$12) x = x^2 - 20$$

$$13) x^2 - 412x + 412 = 0.$$

**Задание № 4.** Докажи, что уравнение не имеет решений.

$$1) z^2 - 11z + 32 = 0$$

$$2) z^2 + 2z + 2 = 0$$



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

**Задание № 5.** Реши уравнения, приведя их к виду  $ax^2 + bx + c = 0$ .

1)  $(x + 4)^2 = 3x + 40$

2)  $15z^2 + 17 = 15(z + 1)^2$

3)  $(3x - 8)^2 = x(3x - 8)$ .

**Задание № 6.** Реши задачу.

Длина одной стороны 5-евровой банкноты на 5,8 см больше, чем второй стороны. Площадь банкноты  $74,4 \text{ см}^2$ . Каковы размеры банкноты?

6.1. Нарисуй схематический рисунок. Какая закономерность существует между величинами?

6.2. Введи переменную. На рисунке обозначь известную и искомую величины.

6.3. Используй математическую модель для решения задачи.



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

**Задание № 7.** Реши задачу.

К дню Святого Валентина мальчики класса решили сделать девочкам сюрприз и поместили на листе бумаги площадью  $280 \text{ см}^2$  комикс размером  $12 \text{ см} \times 18 \text{ см}$ . На какое одинаковое расстояние от краев листа надо отступить, чтобы комикс был посередине? Всегда ли задача имеет решение?



downloaded from [www.ta-teachers.eu](http://www.ta-teachers.eu)



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme