

Uzdevumu sistēma matemātikā

Nodaļa "Kā skaidro un izmanto formulas darbā ar kvadrātvienādojumu, kvadrātfunkciju?"

Tēma "Kvadrātvienādojumi"

Klase: 9

Stundu skaits: 20

0.posms Vai es varu? Mācīšanās problēmas pieņemšana

Stundu skaits: 0,5

Piezīme skolotājam: 0. un 1. posms ir kopīgs (vienāds) abām "daļām"

1. kārtā – 2., 3., 4. posms – ir veltīta nepilno kvadrātvienādojumu izpētei.

2. kārtā – 2., 3., 4. posms – ir veltīta pilno kvadrātvienādojumu izpētei.

1. uzdevums. Izlasi!

Zēni Valentīndienā nolēma sagādāt meitenēm pārsteigumu un uz papīra lapas 280 cm^2 platībā uzzīmēja komiksu ar izmēriem $12\text{ cm} \times 18\text{ cm}$. Kāds vienāds attālums no lapas malām ir jāatkāpjas, lai komikss būtu pa vidu? Vai problēmai vienmēr ir risinājums?

1. Uzraksti uzdevuma risinājuma plānu!

.....

.....

.....

Piezīme skolotājam: šajā stundā nav jārisina pirmais uzdevums. Galvenais ir tas, lai skolēni saprastu, ka viņi nevar atrisināt problēmu, jo viņiem nav pietiekamu zināšanu par doto tēmu.

2. Atrisini uzdevumu!

3. Apspriediet uzdevuma risinājumu pāros.

4. Uzraksti, kādas zināšanas tev ir nepieciešamas, lai atrisinātu uzdevumu?

.....

.....

Uzraksti, kādi jautājumi radās:



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

.....
.....
Formulē un pieraksti tālākas darbības mērķus:
.....
.....

Piezīme skolotājam: pēc risinājuma apspriešanas pāros, apspriediet to ar visu klasi. Ir svarīgi, lai šī darba rezultātā skolēniem rastos jautājumi un tiktu noteikti turpmākā darba (pētījuma) mērķi.



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

1.posms Ar ko es strādāšu? Elementa pases izstrāde

Stundu skaits: 1

1. uzdevums. Aprēķini kvadrāta malu, ja tā laukums ir

1) 81cm^2 ;

2) $0,09\text{cm}^2$;

Izveido uzdevuma risinājumam matemātisko modeli.

Nosauc matemātisko modeli, kuru izmantoji uzdevuma risinājumam.

2. uzdevums. Sagrupē vienādojumus!

1) $3x^2 - 12 = 0$

2) $x^2 + 6x + 9 = 0$

3) $1,8x^2 = 0$

4) $x^2 - 4 = 0$

5) $x^2 + 9x = 0$

6) $x^2 + 25 = 0$

7) $2x^2 - 7x - 36 = 0$

8) $5x^2 + 7x = 0$

2.1. Uzraksti pēc kāda kritērija tu sagrupēji.

Kritērijs: <i>Vienādojums</i>	Kritērijs: <i>Vienādojums</i>
Kritērijs: <i>Vienādojums</i>	Kritērijs: <i>Vienādojums</i>

Piezīme skolotājam: katrs skolēns patstāvīgi formulē grupēšanas kritērijus, tie var atšķirties. Ir nepieciešams apspriest visas piedāvātās iespējas un kopā ar skolēniem izvēlēties tos kritērijus, kas ir nepieciešami turpmākajam darbam.

2.2. Salīdziniet klasifikācijas pāros.

2.3. Uzraksti katras vienādojumu grupas vispārīgu veidu.

2.4. Pie kuras vienādojumu grupas pieder 1. uzdevumā sastādīts vienādojums. Pamato atbildi!



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

Piezīme skolotājam: tiek izmantoti iepriekšējā uzdevumā atlasītie kritēriji. Skolēni jau ir pazīstami ar kvadrātfunkcijas $y = ax^2 + bx + c$ jēdzienu un veidu. Balstoties uz kritēriju aprakstu, skolēni formulē savu kvadrātvienādojuma definīciju.

3. uzdevums. Pieraksti tabulā šo kvadrātvienādojumu koeficientus a , b un c :

	Vienādojums	a	b	c
1	$x^2 + 7x + 10 = 0$			
2	$x^2 + 6x + 9 = 0$			
3	$1,8x^2 = 0$			
4	$x^2 - 4 = 0$			
5	$x^2 + 9x = 0$			
6	$x^2 + 25 = 0$			
7	$2x^2 - 7x - 36 = 0$			
8	$x^2 + 7x = 0$			

Vai koeficienti var būt vienādi ar 0?

$a=0$?

$b=0$?

$c=0$?

4. uzdevums. Aizpildi tabulu un pārveido dotos kvadrātvienādojumus formā $P(x)$, kur $P(x)$ ir polinoms normālformā.

	Vienādojums	a	b	c	$P(x)=0$
1	$x^2 + 144 = 5x$				
2	$2x - 8 = -x^2$				
3	$3x = -x^2 + 4$				
4	$-16x = -x^2 - 64$				

Uzraksti pilnu kvadrātvienādojumu, kura koeficienti ir a , b un c , normālformā!

.....

5. uzdevums.

5.1. Pieraksti pilna kvadrātvienādojuma definīciju.

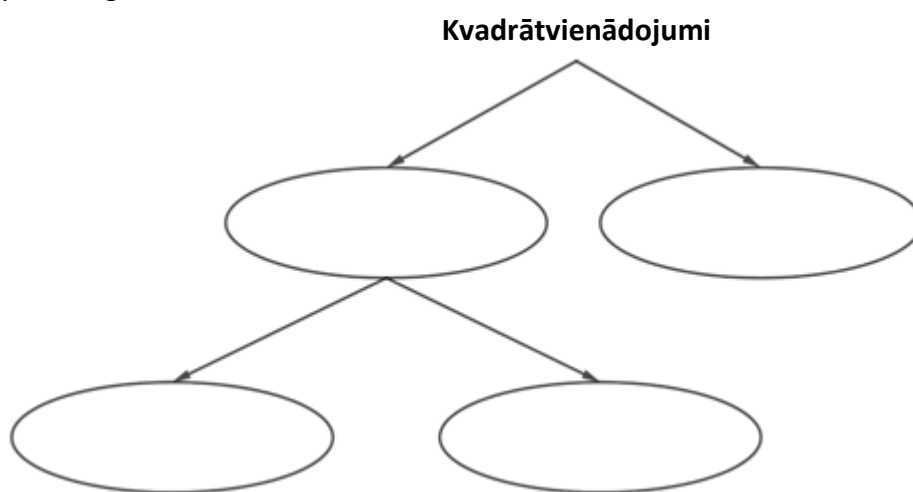
.....

.....

5.2. Aizpildi tukšās vietas

Vienādojumus formā un sauc par **nepilniem kvadrātvienādojumiem**.

5.3. Aizpildi diagrammu:



Piezīme skolotājam: aizpildot diagrammu, tiek norādīts gan kvadrātvienādojuma veids, gan tā matemātiskais pieraksts.

1. daļa

2. posms Kā izdarīt izvēli? Hipotēzes izvirzīšana

Stundu skaits: 1

1. uzdevums. Atrisini nepilnus kvadrātvienādojumus.

1) $3x^2 - 12 = 0$

2) $1,8x^2 = 0$



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

$$3) x^2 = 25$$

$$4) 4x^2 = 36$$

Pieraksti risinājuma algoritmu.

.....

.....

.....

.....

Formulē savus secinājumus par vienādojuma saknēm:

Ja, tad $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$

2. uzdevums. Atrisini kvadrātvienādojumus.

$$1) 3x^2 - 12x = 0$$

$$2) 25x + 5x^2 = 0$$

$$3) 2x^2 = 16x$$

$$4) x^2 + 9x = 0$$

Pieraksti darbību secību, kā tu atrisināji kvadrātvienādojumus (risinājuma algoritmu).

.....

.....

.....

.....

Formulē savus secinājumus par vienādojuma saknēm:

Ja, tad $x_1 = \dots$, $x_2 = \dots$



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

3. uzdevums. Savieno vienādojumu ar tam atbilstošo atbildi!

$4x^2=0$	$x_{1,2}=\pm 3$
$x^2+3x=0$	$x_{1,2}=0$
$2x^2-18=0$	$x_1=0; x_2=-3$

3. posms Vai hipotēze ir patiesa? Instrumenta izveide

Stundu skaits: 3

1. uzdevums. Atrisini vienādojumus.

1) $3y^2 = 81$

2) $-6p^2 = 42$

3) $2m^2+50 = 0$

4) $4m^2-16 = 0$

Vai var atrisināt vienādojumu $ax^2+b=0$, izmantojot iegūto algoritmu?

Formulē secinājumus par atrisinājumu skaitu vienādojumam $ax^2=t$!

Ja $t/a \geq 0$, tad vienādojumam

Ja $t/a < 0$, tad vienādojumam

Piezīme skolotājam: skolēns vispirms patstāvīgi formulē secinājumus, pēc tam tos apspriež un pārbauda ar skolotāju.

2. uzdevums. Atrisini vienādojumus.

1) $x(x - 9) = 0$

2) $(2y - 30)y = 0$

3) $3x(x + 4) = 0$

4) $5a^2 - 4a = 0$



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

5) $x^2 - 2x = 4x$

6) $2x^2 + 16x = 5x$

Vai var atrisināt vienādojumu $ax^2+bx=0$, izmantojot iegūto algoritmu?

Piezīme skolotājam: skolotājs uz tāfeles demonstrē pareizo algoritmu, skolēni pārbauda otrajā posmā iegūtu algoritmu.

3. uzdevums. Formulē vienādojuma $ax^2+bx=0$ risināšanas darbību secību.

.....

.....

4. posms Vai man joprojām ir nepieciešams algoritms? Kompetences sasniegšana un „izeja” uz jaunu problēmu.

Stundu skaits: 2

1. uzdevums. Atrisini vienādojumus.

$$1) \frac{1}{2}x^2 = 2$$

$$2) -\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}$$

$$3) -\frac{1}{4}x^2 + 1 = 0$$

$$4) \frac{1}{7}x^2 - \frac{4}{7} = 0$$

$$5) \frac{9}{13} - \frac{1}{13}x^2 = 0$$

$$6) -\frac{4}{9}x^2 = 0$$

$$7) \frac{4}{9}x^2 = 1,69$$

$$8) 4x^2 - 9 = 0$$

$$9) 16x^2 = 9$$

$$10) -25x^2 + 9 = 0$$

$$11) -81 = -4x^2$$

$$12) 5x^2 - 500 = 0$$

$$13) -3x^2 + 12 = 0$$

$$14) 2x^2 = 18$$

$$15) 10x^2 = 0,1$$

2. uzdevums. Atrisini vienādojumus.



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

$$1) x^2 = 12x$$

$$2) x^2 = 0,2x$$

$$3) -8x = -\frac{1}{4}x^2$$

$$4) x^2 + 4x = 0$$

$$5) 4,6x + x^2 = 0$$

$$6) x^2 + \frac{1}{3}x = 0$$

$$7) 3x^2 - 6x = 0$$

$$8) -2x^2 + 16x = 0$$

$$9) \frac{1}{2}x^2 + 5x = 0$$

3. uzdevums. Aprēķini vienādojuma saknes:

$$1) 3x^2 - 2x = 0$$

$$2) 125x + 5x^2 = 0$$

$$3) 2x^2 = 0$$

$$4) x^2 + 6x = 0$$

$$5) 7x^2 = 63$$

$$6) (x - 6)^2 = 36$$

4. uzdevums. Aprēķini kvadrāta perimetru, ja tā laukums ir:

$$1) 121 \text{ cm}^2;$$

$$2) 0,64 \text{ m}^2;$$



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

5. uzdevums. Aprēķini vienādsānu taisnstūra trijstūra perimetru, ja hipotenūzas garums ir 4 dm.

6. uzdevums. Aprēķini kvadrāta diagonāles garumu, ja kvadrāta malas garums ir 1 cm.



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the
international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by
the Nordplus Horizontal Programme

2. daļa

2.posms Kā izdarīt izvēli? Hipotēzes izvirzīšana

Stundu skaits: 1

1. uzdevums. Analizē kvadrātvienādojumu risinājumus. Izveido algoritmu kvadrātvienādojumu risināšanai.

1) $5x^2 - 16x + 3 = 0$

$a = 5, b = -16, c = 3.$

$D = (-16)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 256 - 60 = 196$

$x_1 = \frac{16 + \sqrt{196}}{2 \cdot 5} = \frac{16 + 14}{10} = 3$

$x_2 = \frac{16 - \sqrt{196}}{2 \cdot 5} = \frac{16 - 14}{10} = 0,2$

Atbilde. $x_1 = 3, x_2 = 0,2.$

2) $y^2 + 4y - 5 = 0$

$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$

$y_1 = \frac{-4 + \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 + 6}{2} = 1$

$y_2 = \frac{-4 - \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 - 6}{2} = -5$

Atbilde. $y_1 = 1, y_2 = -5.$

3) $2x^2 - 4x + 1 = 0$

$a = 2, b = -4, c = 1.$

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 16 - 8 = 8$

$x_1 = \frac{4 + \sqrt{8}}{2 \cdot 2} = \frac{4 + \sqrt{4 \cdot 2}}{4} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{4} = \frac{2(2 + \sqrt{2})}{4} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

$x_2 = \frac{4 - \sqrt{8}}{2 \cdot 2} = \frac{4 - \sqrt{4 \cdot 2}}{4} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{4} = \frac{2(2 - \sqrt{2})}{4} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

Atbilde. $x_1 = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}.$

4) $x^2 - 9x + 14 = 0$

$a = 1, b = -9, c = 14$

$D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14 = 25$

downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

$$x_1 = \frac{9 + 5}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{9 - 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Piezīme skolotājam: skolotājs neapstiprina skolēna saņemto formulu pareizību un nesniedz gatavas formulas. Skolēni 3. posmā patstāvīgi pārbauda savu formulu pareizību.

Kvadrātvienādojumu risināšanas algoritms

1.
2.
3.
4.
5.

2. uzdevums. Pieraksti D aprēķināšanas formulu

3. uzdevums. Pieraksti kvadrātvienādojuma sakņu aprēķināšanas formulas

$x_1 =$

$x_2 =$

Piezīme skolotājam: skolēnu hipotēzes paliek hipotēzes, un skolotājs nekommentē, vai tās ir pareizas. Nākamajā posmā skolēni pārbauda savu hipotēžu pareizību.

3. posms Vai hipotēze ir patiesa? Instrumenta izveide

Stundu skaits: 3



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

1. uzdevums. Atrisini vienādojumus, izmantojot iegūto algoritmu un formulas.

1) $x^2 + 5x + 6 = 0$

2) $2x^2 - 14x + 20 = 0$

3) $8x^2 + 6x - 35 = 0$

4) $6x^2 - 5x - 21 = 0$

Vai algoritms darbojas?

Vai izdevās aprēķināt D , x_1 , x_2 , izmantojot savas formulas?

Pārbaudi, vai iegūtais skaitlis ir vienādojuma sakne.

1)

2)

3)

4)

2. uzdevums. Atrisini vienādojumus.

1) $x^2 + 6x + 9 = 0$

2) $x^2 - 4 = 0$

3) $x^2 + 9x = 0$

4) $x^2 + 25 = 0$

5) $2x^2 - 7x - 36 = 0$

6) $5x^2 + 7x = 0$

Formulē savus secinājumus par kvadrātvienādojuma sakņu skaitu

Ja $D > 0$, tad vienādojumam

Ja $D < 0$, tad vienādojumam



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

Ja $D=0$, tad vienādojumam

Pieraksti atgādni “Kvadrātvienādojuma diskriminanta un sakņu formulas”

	$D=$	
$x_1=$		$x_2=$

Piezīme skolotājam: formulas apspriešana un pārbaude kopā ar skolotāju. Vai arī kā pārbaudes iespēja skolēniem tiek piedāvāts avots (mācību grāmata, skolotāja prezentācija), no kura viņi var patstāvīgi pārbaudīt pareizību.

4. posms Vai man joprojām ir nepieciešams algoritms? Kompetences sasniegšana un „izeja” uz jaunu problēmu.

Stundu skaits: 2

1. uzdevums. Cik sakņu ir kvadrātvienādojumam?

1) $x^2 + x - 6 = 0$

2) $x^2 + 25x + 100 = 0$

3) $x^2 + 6 - 5x = 0$

4) $3x^2 - x - 8 = 0$

5) $x^2 + 144 = 25x$

6) $2x - 8 = -x^2$

7) $3x = -x^2 + 4.$

8) $15z^2 - 85z = -16.$

2. uzdevums. Aprēķini vienādojuma saknes.

1) $8x^2 + 6x - 35 = 0$
 $9 = 0$

2) $9x^2 - 9x - 28 = 0$

3) $16x^2 + 24x +$

4) $3 + 12x^2 - 13x = 0$

5) $10x - 8x^2 + 25 = 0$

6) $6x^2 - 5x - 21 = 0$

7) $18x^2 + 15x + 2 = 0$

8) $12x^2 - 11x - 15 = 0$

9) $14 + 2x^2 - 11x = 0$



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

3. uzdevums. Atrisini vienādojumus.

1) $3x^2 - 4x + 15 = 7$

2) $2 - 3x + \frac{1}{2}x^2 = 2$

3) $4x^2 - 6x = 10$

4) $4 = 8 - 2x^2 + 5x$

5) $-8 = -4x^2 + 6x - 2$

6) $-x^2 + 6x + 1 = 8$

7) $x^2 + 5x = 25$

8) $(x - 1)^2 = 9$

9) $x^2 - 7x + 12 = 0$

10) $x^2 + 5x = 6$

11) $4x^2 - 7x = 2$

12) $x = x^2 - 20$

13) $x^2 - 412x + 412 = 0$.

4. uzdevums. Pierādi, ka vienādojumam nav atrisinājuma.

1) $z^2 - 11z + 32 = 0$

2) $z^2 + 2z + 2 = 0$

5. uzdevums. Atrisini vienādojumus, pārveidojot formā $ax^2 + bx + c = 0$.

1) $(x + 4)^2 = 3x + 40$

2) $15z^2 + 17 = 15(z + 1)^2$



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

3) $(3x - 8)^2 = x(3x - 8)$.

6. uzdevums. 5 eiro banknotes viena mala ir par 5,8 cm garāka nekā otra mala. Banknotes laukums ir $74,4 \text{ cm}^2$. Kādi ir banknotes izmēri?

6.1. Uzzīmē shematisku zīmējumu. Izdomā, kādas sakarības pastāv starp uzdevumā apskatītajiem lielumiem.

6.2. Ievadi mainīgo. Zīmējumā pieraksti zināmus un meklējamus lielumus.

6.3. Lai atrisinātu problēmu, izmanto matemātisko modeli.

7. uzdevums. Taisnstūra veida kalkulatora garums ir par 5 cm lielāks nekā platums. Kalkulatora virsmas laukums ir 84 cm^2 . Aprēķini tā garumu un platumu.



downloaded from www.ta-teachers.eu



the materials have been developed in the framework of the international project 'Towards Real Maths' (ToReMa) co-funded by the Nordplus Horizontal Programme

8. uzdevums. 9.a klases skolēni piedalās konkursā “Mana sapņu skola”. Lai iegūtu galveno balvu, skolēniem nepieciešams noformēt lielu plakātu, kura laukums ir 3m^2 . Lai piestiprinātu plakātu, skolēni nolēma izveidot apmali. Veikalā pārdod apmales materiālu iepakojumos. Viena iepakojuma cena ir 4,75 eiro, kurā ir 1,5 metru apmales materiāla. Cik jāmaksā par apmales materiāla iepakojumiem plakāta nostiprināšanai, ja plakāta vienā mala ir par 0,7m garāka nekā otra?

9. uzdevums. Atrisini uzdevumu.

Zēni Valentīndienā nolēma sagādāt meitenēm pārsteigumu un uz papīra lapas 280 cm^2 platībā uzzīmēja komiksu ar izmēriem $12\text{ cm} \times 18\text{ cm}$. Kāds vienāds attālums no lapas malām ir jāatkāpjas, lai komikss būtu pa vidu? Vai problēmai vienmēr ir risinājums?